# Docentenhandleiding

*Onderwerp*
Dit lespakket over de geschiedenis van de wiskunde sluit aan bij het behandelen van het metriek stelsel en berekeningen met het getal π in de eerste klassen havo en vwo. Het lesmateriaal is samengesteld op basis van de vier motivatiefactoren procesgeoriënteerde instructie, differentiatie, aansluiting bij de leefwereld van de leerlingen en samenwerkend leren. De verschillende onderdelen kunnen echter ook los van elkaar en naar eigen inzicht gebruikt worden. Veel plezier!

*Voorkennis*
Van leerlingen wordt verwacht dat zij de lengte-, oppervlakte- en inhoudseenheden kennen alsmede de formules voor het berekenen van de omtrek en oppervlakte van een cirkel en de inhoud van een cilinder. Het lesmateriaal sluit uitstekend aan bij hoofdstuk 9 ("Meten") van de 10e editie van Getal & Ruimte voor de eerste klassen havo/vwo en vwo.

*Overzicht*

- <u>PowerPoint presentatie</u>
  De presentatie dient als leidraad voor het gebruik van het overige materiaal. Het biedt een overzicht van het totale programma alsmede specifieke instructies per onderdeel.

- <u>Video met kijkopdracht</u>
  De fragmenten komen uit de BBC documentaire *The story of maths*.
  Aflevering 1: The language of the universe: 3:10 – 6:05 & 13:25 – 15:45.
  Aflevering 2: The genius of the East: 32:05 – 36:50.
  Tijdens het bekijken van de video beantwoorden de leerlingen de kijkvragen individueel, daarna overleggen zij met hun buurman/vrouw en vervolgens worden de antwoorden klassikaal besproken (volgens het principe denken-delen-uitwisselen).

- <u>Werkbladen</u>
  De leerlingen mogen zelf groepjes samenstellen. Afhankelijk van het totale aantal leerlingen kan gekozen worden voor groepjes van minimaal twee tot maximaal vier leerlingen. De docent verdeelt de werkbladen over de groepjes en houdt daarbij rekening met niveauverschillen. Het werkblad oude meeteenheden bestaat voornamelijk uit rekensommen en het opzoeken van feitelijke informatie. De berekeningen op het werkblad over Ludolph van Ceulen zijn iets complexer. Het werkblad over Euclides vraagt meer op verbaal/linguïstisch gebied. Op het werkblad over Archimedes komt de meest abstracte wiskunde voor. De werkbladen moeten gelijkmatig verdeeld worden, omdat de informatie van alle werkbladen nodig is bij het oplossen van de kruiswoordpuzzel.

  Ieder groepje leest de informatie op het werkblad goed door en beantwoordt daarna de bijbehorende vragen. Op ieder werkblad zijn een aantal bronnen vermeld die de leerlingen kunnen raadplegen, maar zij mogen zelf ook naar andere bronnen zoeken.

- <u>Presentaties</u>
  Ieder groepje maakt een presentatie van 5 à 10 minuten waarin de informatie op het werkblad en de antwoorden op de opgaven worden verwerkt. Leerlingen zijn vrij om naar eigen inzicht en creativiteit extra informatie toe te voegen en mogen zelf kiezen voor een verwerkingsvorm (PowerPoint, poster, video, klassikale toelichting, aantekeningen op het bord, etc.).

- <u>Kruiswoordpuzzel</u>
  Na afloop van de presentaties worden er nieuwe groepjes gevormd. In ieder nieuw groepje zitten vier leerlingen: van ieder werkblad één. Samen vullen zij de kruiswoordpuzzel in.

*Benodigdheden*

- Een computer en beamer voor het tonen van de PowerPoint dia's en de videofragmenten.
- De BBC documentaire *The story of maths*.
- De volgende boeken dienen aanwezig te zijn als naslagwerk bij het beantwoorden van de opgaven (eventueel kunnen kopieën worden gebruikt):
  - O. Byrne (1847). *The first six books of the Elements of Euclid*. Keulen: Taschen.
  - J. Daems & I. Smeets (2012). *Ik was altijd heel slecht in wiskunde: reken maar op de wiskundemeisjes*. Amsterdam: Uitgeverij Nieuwezijds.
  - I.N. Stewart (2014). *Hoe wiskunde de wereld veranderde: van de eerste getallen tot de chaostheorie en verder*. Hilversum: Uitgeverij Lias.
- Laptop of computer met internetverbinding voor het opzoeken van de antwoorden.
- Pen en papier voor het opschrijven van de antwoorden.
- De groepjes die het werkblad over Ludolph van Ceulen maken hebben een geodriehoek/liniaal nodig.

*Tijdsindicatie*

| **Tijd** | **Onderdeel** |
|---|---|
| 5 minuten | Introductie en doornemen programma |
| 20 minuten | Video en kijkopdracht |
| 45 minuten | Werkbladen (incl. groepjes vormen) |
| 30 minuten | Voorbereiden presentaties |
| 45 minuten | Uitvoeren presentaties |
| 15 minuten | Kruiswoordpuzzel (incl. groepjes vormen) |

# Geschiedenis van de wiskunde: meten

1 HAVO/VWO

# Programma

- Video en kijkopdracht - Individueel
- Werkbladen - Groepjes
- Presentaties - Groepjes
- Kruiswoordpuzzel - Nieuwe groepjes

# Video en kijkopdracht

Neem de volgende kijkvragen over in je schrift:

1. Welke meeteenheden gebruikten de oude Egyptenaren?

2. Waar komt de Egyptische methode voor het berekenen van π vermoedelijk vandaan?

3. Op welke manier heeft Madhava een berekening voor π gegeven? Wanneer was dit?

# Video en kijkopdracht

- Beantwoord de vragen eerst individueel.
- Daarna overleg je met je buurman/vrouw.
- Vervolgens bespreken we de antwoorden klassikaal.

# Werkbladen

Vier keuzes:

- Oude meeteenheden
- Euclides
- Archimedes
- Ludolph van Ceulen

# Werkbladen

- Vorm groepjes van drie of vier leerlingen.
- Lees de informatie op het werkblad goed door maak de opgaven.
- Gebruik de bronnen op het werkblad of zoek zelf naar nieuwe bronnen.

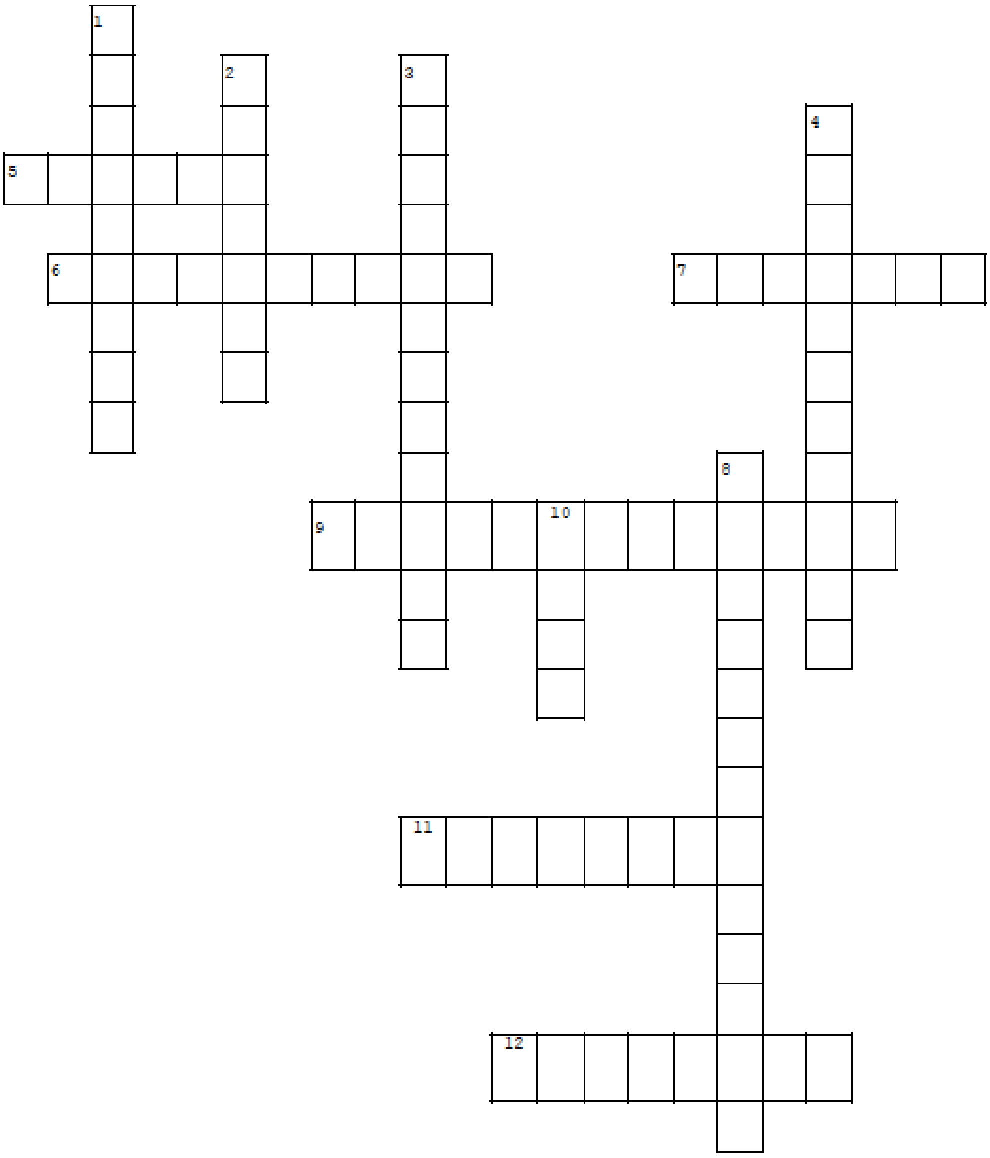
# Presentaties

- 5 tot 10 minuten.
- Informatie uit het werkblad.
- Antwoorden op de opgaven.
- Eigen toevoeging/creativiteit.

# Kruiswoordpuzzel

- Vorm nieuwe groepjes van vier leerlingen.
- Van ieder werkblad moet er één leerling in het groepje zitten.
- Maak samen de kruiswoordpuzzel.

## Geschiedenis van de wiskunde: meten




**Horizontaal**
5. In het metrieke stelsel uit 1820 was dit de naam voor 10.000 $m^2$ .
6. Deze wiskundige ontwierp onder andere oorlogsmachines.
7. In deze eeuw werd Ludolph van Ceulen geboren.
9. Dit is de naam van de wet die in 2006 de Nederlandse IJkwet verving.
11. Vul in: Archimedes berekende dat de inhoud van een bol tweederde is van de inhoud van een … met dezelfde hoogte en diameter.
12. Hier leefde Archimedes.

**Verticaal**
1. In dit land werd aan het einde van de $18^e$ eeuw geëxperimenteerd met een tientallige tijdsindeling.
2. Uit zoveel delen bestaat de *Elementen* van Euclides.
3. Zoveel decimalen van π berekende Ludolph van Ceulen.
4. Hier staat de grafsteen van Ludolph van Ceulen.
8. Hiervoor staat de letter D in de afkorting Q.E.D.
10. Hierover gaat de tweede definitie in de *Elementen* van Euclides.

## Uitwerkingen

*Antwoorden op kijkvragen*

1. De Egyptenaren gebruikten lichaamsmaten. Een palm was een handbreedte, een el liep van elleboog tot vingertoppen en een land-el was 100 el.
2. Door het oude spel mankala, waarbij de speelballetjes de ronde gaten op het bord soms op een fraaie manier vulden.
3. Madhava gebruikte een oneindige reeks: $4-\frac{4}{3}+\frac{4}{5}-\frac{4}{7}+\frac{4}{9}-\frac{4}{11}+\ldots=\pi$. Dit was in de 15e eeuw.

*Antwoorden oude meeteenheden*

1. 0,3 cm.
2. 576 Rijnlandse duim.
3. 1 centiare = 1 $m^2$
4. 30,48 cm.
5. 6,096 km.
6. Metrologiewet.
7. Dit is afkomstig van het zestigtallig stelsel dat ± 4000 jaar geleden werd gebruikt in Babylonië.
8. Zestig is deelbaar door een groot aantal getallen. Een uur van 100 minuten kan niet gemakkelijk opgedeeld worden in drie of zes delen, zoals nu wel gedaan kan worden in twintig of tien minuten.

*Antwoorden Euclides*

1. Euclides werkte in Alexandrië en leefde naar schatting in de derde of vierde eeuw v.Chr.
2. 1. Een punt is, wat geen deel heeft.
   2. Een lijn is lengte zonder breedte.
   3. De uiteinden van een lijn zijn punten.
3. Quod erat demonstrandum is een Latijnse term die in het Nederlands kan worden vertaald als hetgeen bewezen moest worden. De afkorting wordt vaak aan het einde van een logische redenering gebruikt, om aan te duiden dat hetgeen men wilde bewijzen, daadwerkelijk bewezen is.
4. Een wiskundig bewijs bestaat uit het volgens formele regels aantonen dat, gegeven bepaalde axioma's, een bepaalde bewering waar is. Elke stap is het logische gevolg van een of meer van de vorige stappen. Elke uitspraak die gedaan wordt, moet worden bewezen met een verwijzing naar eerdere uitspraken, en het moet worden aangetoond dat die een logisch vervolg daarop is. Dit proces kan niet eeuwig terug gaan: het begint bij een aantal basis uitspraken die zelf niet bewezen kunnen worden. Dit noemen we axioma's.
5. N.v.t.
6. N.v.t.
7. N.v.t.

*Antwoorden Archimedes*

1. Archimedes leefde van 287-212 v.Chr. in Syracuse op Sicilië.
2. Onder andere:
   De oppervlakte en inhoud van allerlei ruimtelijke figuren.

Een methode om wortels nauwkeurig te bepalen.
Een systeem voor het uitdrukken van grote getallen.
De Archimedes spiraal .
De wet van Archimedes (opwaartse kracht op een object in water).
Hoe een hefboom werkt.

3. Archimedes was zo druk bezig met meetkundige berekeningen en constructies in het zand dat hij de bedoelingen van de Romeinse soldaat die hem gevangen wilde nemen niet in de gaten had en hem ongeduldig toeriep ‘Verstoor mijn cirkels niet!’. Daarop doodde de soldaat hem met zijn zwaard.
4. Archimedes hechtte zoveel waarde aan zijn berekeningen betreffende een cilinder die een bol omhult, dat hij een afbeelding daarvan met de verhouding van beider inhouden op zijn graf wilde.
5. Twee keer de straal: $2r$.
6. $\text{inhoud cilinder} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r$ → $\text{inhoud cilinder} = 2 \cdot \pi \cdot r^3$
7. $\text{inhoud cilinder} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ of $\text{inhoud cilinder} = 1\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
8. De formules komen als het goed is overeen.

*Antwoorden Ludolph van Ceulen*

1. Ludolph van Ceulen leefde van 1540 tot 1610 en woonde in Delft en Leiden.
2. Ludolph van Ceulen zou Prins Maurits schermles hebben gegeven.
   Prins Maurits benoemde Ludolph van Ceulen in 1600 als hoogleraar in de wiskunde aan de nieuwe ingenieursschool in Leiden.
3. Ludolph van Ceulen werd op 2 januari 1611 begraven in de Pieterskerk in Leiden. Op zijn grafsteen stonden de eerste 35 decimalen van π. Twee eeuwen later was de grafsteen verdwenen. In een reisverslag werd de oorspronkelijk tekst teruggevonden. Aan de hand hiervan is er een replica gemaakt, die sinds juli 2000 te bewonderen is in de Pieterskerk.
4. $\pi = \frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$
5.

| | Diameter van de cirkel | Omtrek van de rode veelhoek | Omtrek van de blauwe veelhoek |
|---|---|---|---|
| Figuur 1 | 2,9 cm | 8,4 cm | 10,2 cm |
| Figuur 2 | 3,8 cm | 11,2 cm | 12,8 cm |
| Figuur 3 | 4,6 cm | 14 cm | 15 cm |

6. Figuur 3 geeft de beste benadering van π:

| | $\frac{\text{omtrek rode veelhoek}}{\text{diameter}}$ | | $\frac{\text{omtrek blauwe veelhoek}}{\text{diameter}}$ |
|---|---|---|---|
| Figuur 1 | 2,90 | < π < | 3,52 |
| Figuur 2 | 2,95 | < π < | 3,37 |
| Figuur 3 | 3,04 | < π < | 3,26 |

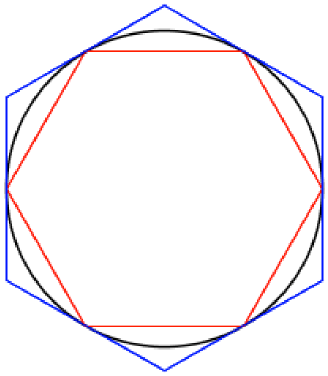
*Antwoorden kruiswoordpuzzel*

1. In dit land werd aan het einde van de 18e eeuw geëxperimenteerd met een tientallige tijdsindeling.
   Frankrijk
2. Uit zoveel delen bestaat de *Elementen* van Euclides.
   Dertien
3. Zoveel decimalen van π berekende Ludolph van Ceulen.
   Vijfendertig
4. Hier staat de grafsteen van Ludolph van Ceulen.
   Pieterskerk
5. In het metrieke stelsel uit 1820 was dit de naam voor 10.000 $m^2$.
   Bunder
6. Deze wiskundige ontwierp onder andere oorlogsmachines.
   Archimedes
7. In deze eeuw werd Ludolph van Ceulen geboren.
   Zestien
8. Hiervoor staat de letter D in de afkorting Q.E.D.
   Demonstrandum
9. Dit is de naam van de wet die in 2006 de Nederlandse IJkwet verving.
   Metrologiewet
10. Hierover gaat de tweede definitie in de *Elementen* van Euclides.
    Lijn
11. Vul in: Archimedes berekende dat de inhoud van een bol tweederde is van de inhoud van een … met dezelfde hoogte en diameter.
    Cilinder
12. Hier leefde Archimedes.
    Syracuse

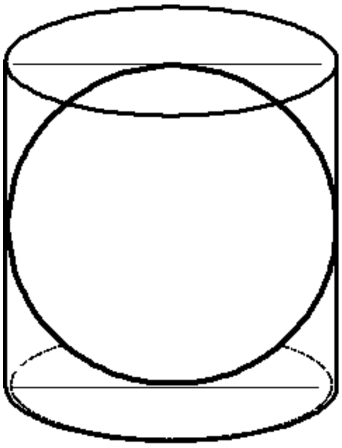
# Archimedes

Archimedes wordt gezien als een van de belangrijkste wetenschappers uit de klassieke oudheid. Hij leverde belangrijke bijdragen aan de meetkunde, maar deed ook veel praktische ontdekkingen. Zo formuleerde hij bijvoorbeeld hoe een hefboom werkt en ontwierp hij oorlogsmachines, hijskranen en katrollen. Wiskundigen zullen Archimedes altijd blijven herinneren om zijn werk aan cirkels, cilinders en bollen.

In de tijd van Archimedes werd er nog niet met het getal π gewerkt, omdat de oude Grieken nog niet precies wisten hoeveel π was. Archimedes wist wel een goede benadering te geven. Dat deed hij door twee veelhoeken te construeren, één binnen de cirkel en de ander erbuiten. Zie de figuur hiernaast. De omtrek van de rode zeshoek is kleiner dan de omtrek van de cirkel, terwijl de omtrek van de blauwe zeshoek groter is. De omtrek van de cirkel zelf moet daar dus ergens tussenin zitten.



Archimedes werkte met steeds grotere veelhoeken binnen en buiten de cirkel, waardoor hij een steeds nauwkeurigere schatting kon geven van π. Zijn berekeningen hielden op bij regelmatige veelhoeken met 96 zijden. Daarmee had hij bewezen dat π ergens tussen $3\frac{10}{71}$ en $3\frac{1}{7}$ ligt. In onze decimale notatie ligt dat tussen 3,14084507 en 3,14285714.



Ook heeft Archimedes nieuwe manieren bedacht om de oppervlakte en inhoud van allerlei vormen te bedenken. Zo berekende hij dat de inhoud van een bol tweederde is van de inhoud van een cilinder met dezelfde hoogte en diameter. Door deze ontdekking kunnen we direct de inhoud van een bol berekenen. Vandaag de dag gebruiken we deze formule nog steeds:

$$\text{inhoud bol} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \text{ (waarbij } r \text{ de straal is)}$$


Bronnen:

- J. Daems & I. Smeets (2012). *Ik was altijd heel slecht in wiskunde: reken maar op de wiskundemeisjes*. Amsterdam: Uitgeverij Nieuwezijds.
- I.N. Stewart (2014). *Hoe wiskunde de wereld veranderde: van de eerste getallen tot de chaostheorie en verder*. Hilversum: Uitgeverij Lias.
- Beroemde wiskundigen – Archimedes: http://info.math4all.nl/website/view2.php?page=geschiedenis/wiskundigen/archimedes

## Opgaven

1. Waar en wanneer leefde Archimedes?

2. Noem drie ontdekkingen die Archimedes heeft gedaan en leg kort uit wat ze betekenen.

3. Hoe is Archimedes vermoedelijk om het leven gekomen?

4. Welke legende bestaat er over de grafsteen van Archimedes?

5. Je kent de formule voor het berekenen van de inhoud van een cilinder: $\text{inhoud cilinder} = \pi \cdot r^2 \cdot hoogte$ waarbij $r$ de straal is. Kijk nog eens goed naar de figuur van de bol in de cilinder op de vorige bladzijde. Hoeveel keer de straal is de hoogte van de cilinder?

6. Vul deze hoogte in bij de formule voor de inhoud van een cilinder. Herleid je antwoord.

7. Volgens Archimedes is de inhoud van een bol $\frac{2}{3}$ van die van een cilinder met dezelfde hoogte en diameter. Vermenigvuldig de formule die je bij opdracht 6 hebt gevonden met $\frac{2}{3}$.

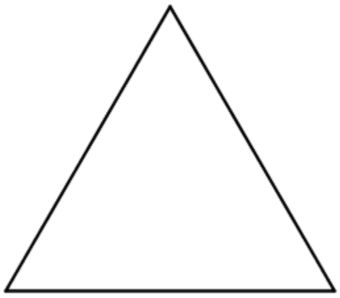
8. Je hebt nu de formule voor het berekenen van de inhoud van een bol gevonden. Vergelijk je antwoord met de formule op de vorige bladzijde.



## Euclides



Euclides van Alexandrië wordt gezien als een van de bekendste wiskundigen uit de klassieke oudheid. Zijn bekendste boek is de *Elementen*, waarin hij het werk van eerdere wiskundigen verzamelde en op een overzichtelijke manier presenteerde. Het eerste gedeelte van de *Elementen* gaat over de vlakke meetkunde. De basisfiguren die in de vlakke meetkunde zijn toegestaan, zijn punten, rechte lijnen en cirkels. Vaak komen deze figuren in combinatie voor. Zo bestaat een driehoek bijvoorbeeld uit drie rechte lijnen.



De beste manier om je Euclides' werk voor te stellen is misschien wel als een onderzoek naar de kenmerken van geometrische figuren. Als een vorm bepaalde eigenschappen heeft, dan kunnen die logischerwijs andere eigenschappen meebrengen. Als bijvoorbeeld van een driehoek alle zijden gelijk zijn (een gelijkzijdige driehoek), dan moeten de drie hoeken ook gelijk zijn. Dit soort uitspraken, dat wil zeggen het op een rij zetten van enkele aannames en dan de logische consequentie die daaruit volgt, wordt een "stelling" genoemd. De stelling over de gelijkzijdige driehoek brengt een eigenschap van de zijden van de driehoek in verband met een eigenschap van de hoeken.

De *Elementen* bestaat uit dertien delen, die in een logische volgorde staan. Aan het begin van ieder deel staan een aantal definities: duidelijke, precieze uitspraken over wat onder bepaalde technische termen zoals een *lijn* of *cirkel* wordt verstaan. Een voorbeeld van een definitie luidt: "Een stompe hoek is een hoek die groter is dan een rechte hoek." Na de definities volgen de stellingen. Hierbij worden de definities gebruikt om de bewijzen van steeds ingewikkeldere stellingen te leveren.

Voor meetkundige bewijzen mag je alleen gebruikmaken van een passer (om cirkels te trekken) en een liniaal (om lijnen te tekenen). De passer en de liniaal mogen niet gebruikt worden om dingen op te meten.

Bronnen:

- O. Byrne (1847). *The first six books of the Elements of Euclid*. Keulen: Taschen.
- I.N. Stewart (2014). *Hoe wiskunde de wereld veranderde: van de eerste getallen tot de chaostheorie en verder*. Hilversum: Uitgeverij Lias.
- Beroemde wiskundigen – Euclides: http://info.math4all.nl/website/view2.php?page=geschiedenis/wiskundigen/euclides

## Opgaven

1. Waar en wanneer leefde Euclides?

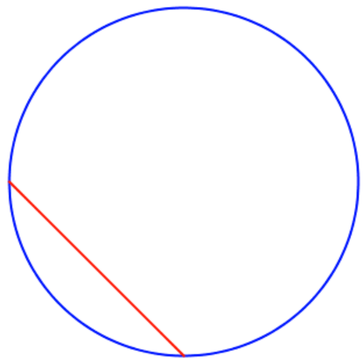
2. Wat zijn de eerste drie definities van de *Elementen*?

3. Aan het einde van iedere stelling staan de letters Q.E.D. Zoek op waar deze afkorting voor staat en leg uit wat daarmee bedoeld wordt.

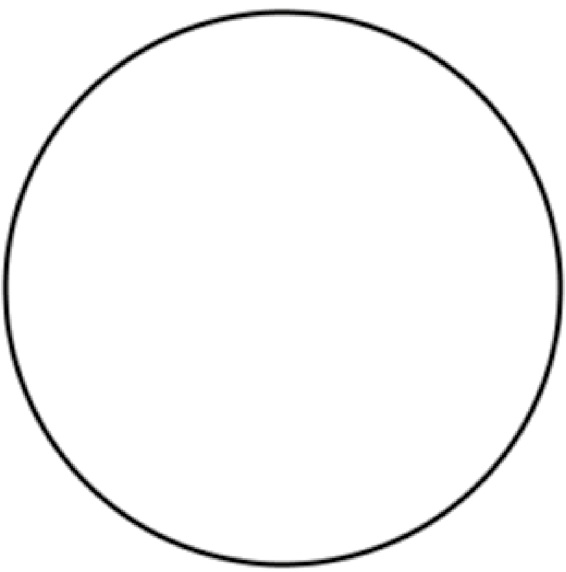
4. Het belangrijkste van Euclides' meetkunde is niet de inhoud, maar de logische structuur. In tegenstelling tot eerdere wiskundigen beweerde Euclides niet alleen dat een stelling waar was, maar hij gaf daar ook het bewijs voor. Zoek op wat er wordt bedoeld met een wiskundig bewijs.

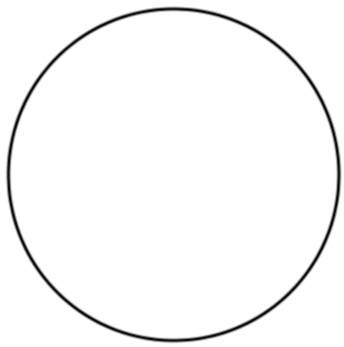
5. Het derde deel van de *Elementen* gaat over cirkels. De eerste stelling behandelt het vinden van het middelpunt van een cirkel. Hiervoor moet je een middelloodlijn kunnen construeren. Zoek op hoe je dat ook alweer doet.

6. Zie de figuur hiernaast. In de cirkel is een willekeurig rood lijnstuk getekend.
    a. Construeer de middelloodlijn van het rode lijnstuk. Maak het deel binnen de cirkel zwart.
    b. Construeer vervolgens de middelloodlijn van de zwarte lijn. Hiermee heb je het midden van de zwarte lijn gevonden. Dit is tevens het middelpunt van de cirkel.



7. Construeer het middelpunt van onderstaande cirkels.





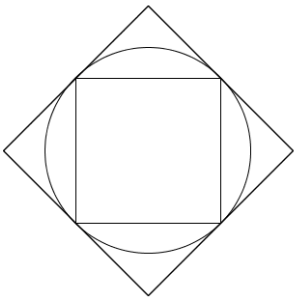
# Ludolph van Ceulen




Als je wilt weten hoe de decimalen van het getal π eruitzien, hoef je tegenwoordig alleen maar je rekenmachine te pakken of je computer aan te zetten. Dat was in de zeventiende eeuw wel anders. Ook toen was men al geïnteresseerd in π.

Het rekenwerk in die tijd was vast geen pretje, maar scherm- en rekenmeester Ludolph van Ceulen dacht daar heel anders over. Hij berekende π tot maar liefst 35 decimalen. Zijn methode komt van Archimedes. Archimedes construeerde regelmatige veelhoeken binnen en buiten de cirkel, waarvan hij de omtrek berekende. Hiermee kon hij een onder- en bovengrens voor π geven.

Stel dat we een cirkel hebben met diameter 1. Daarin tekenen we een vierkant dat nog nèt in de cirkel past. Eromheen tekenen we een vierkant waarbij de cirkel precies de vier zijden raakt. Dan zit de omtrek van de cirkel tussen de omtrek van het kleine en die van het grote vierkant in. En omtrekken van vierkanten kun je uitrekenen.



Bij een cirkel met diameter 1 vind je dat de omtrek van het kleine vierkant gelijk is aan $2\sqrt{2}$ en die van het grote vierkant aan 4. Het getal $2\sqrt{2}$ is ongeveer 2,82842712. Hiermee hebben we aangetoond dat π tussen $2\sqrt{2}$ en 4 ligt, maar dat is nog niet zo'n nauwkeurige benadering. Als je echter in plaats van vierkanten regelmatige veelhoeken met veel meer hoeken in en om de cirkel past en daar de omtrekken van uitrekent, krijg je steeds betere onder- en bovengrenzen voor π.

Archimedes gebruikte regelmatige 96-hoeken en vond dat π tussen 3,14084507 en 3,14285714 lag. Van Ceulen ging veel verder en gebruikte regelmatige 32.212.254.720-hoeken. Daarmee vond hij 20 decimalen. Hij moet een veelhoek met nog meer hoeken gebruikt hebben voor zijn 35 decimalen, maar we weten niet welke. Het is een hele prestatie, zeker als je bedenkt dat hij daarvoor talloze wortels moest trekken met extreem veel decimalen. En dat ook nog eens allemaal met de hand…

Bronnen:


- J. Daems & I. Smeets (2012). *Ik was altijd heel slecht in wiskunde: reken maar op de wiskundemeisjes*. Amsterdam: Uitgeverij Nieuwezijds.
- Ludolph van Ceulen – schermmeester en wisconstenaar: http://www.kennislink.nl/publicaties/ludolph-van-ceulen-schermmeester-en-wisconstenaar
- De 400ste sterfdag van Ludolph van Ceulen: http://www.kennislink.nl/publicaties/de-400ste-sterfdag-van-ludolph-van-ceulen

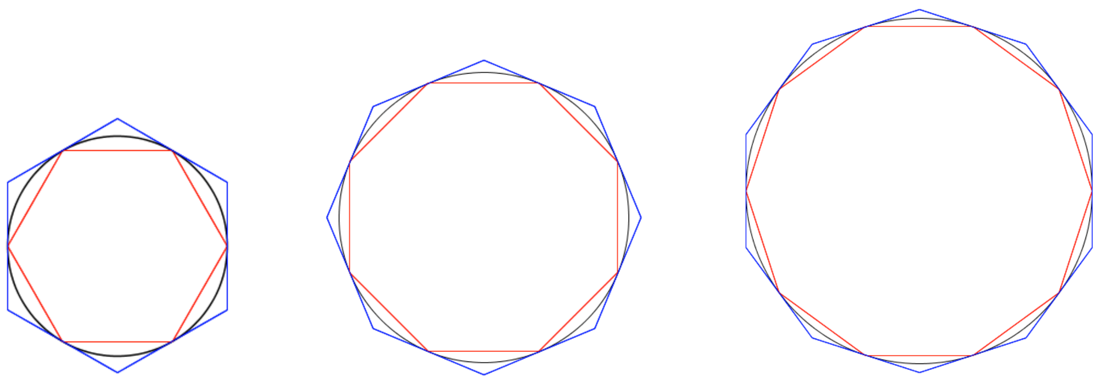
## Opgaven

1. Waar en wanneer leefde Ludolph van Ceulen?
2. Wat was de connectie tussen Ludolph van Ceulen en Prins Maurits?
3. Wat is er zo bijzonder aan het graf van Ludolph van Ceulen?
4. Je kent de formule voor het berekenen van de omtrek van een cirkel: $omtrek = \pi \cdot diameter$. Je kunt deze formule ook anders schrijven. Neem over en vul op de juiste plaats de woorden *omtrek* en *diameter* in.

$$\pi = \frac{?}{?}$$

5. Hieronder staan drie figuren, waarbij er regelmatige veelhoeken *in* en *om* de cirkels zijn getekend. Neem over en vul in. Geef de afmetingen in millimeter nauwkeurig.

| | Diameter van de cirkel | Omtrek van de rode veelhoek | Omtrek van de blauwe veelhoek |
|---|---|---|---|
| Figuur 1 | | | |
| Figuur 2 | | | |
| Figuur 3 | | | |



Figuur 1 Figuur 2 Figuur 3

6. Deel nu de omtrek van de rode en blauwe veelhoek door de diameter van de bijbehorende cirkel. Welk figuur geeft de meest nauwkeurige benadering van π?

| | $\frac{\text{omtrek rode veelhoek}}{\text{diameter}}$ | | $\frac{\text{omtrek blauwe veelhoek}}{\text{diameter}}$ |
|---|---|---|---|
| Figuur 1 | | < π < | |
| Figuur 2 | | < π < | |
| Figuur 3 | | < π < | |

## Oude meeteenheden

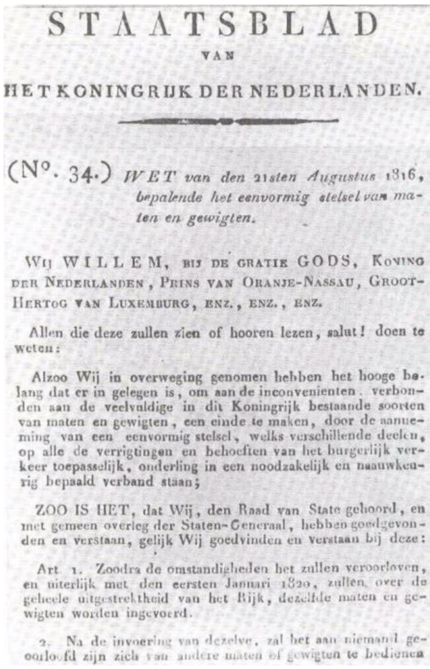


Om de lengte, oppervlakte of inhoud van een object te meten maak je gebruik van eenheden. Tegenwoordig gebruiken we in Nederland het metriek stelsel. Hierin staat het getal 10 centraal. Elke eenheid is immers tien stappen groter of kleiner dan de vorige: één meter is hetzelfde als tien decimeter en 1000 millimeter is gelijk aan 100 centimeter.

Vóór de invoering van het metriek stelsel zijn er veel andere maatstelsels geweest. Elke stad of streek had een eigen systeem van standaardmaten, vastgesteld door de magistraat. Bovendien kon dezelfde eenheid op verschillende plaatsen iets anders betekenen. Zo was bijvoorbeeld één el in Amsterdam iets anders dan één el in Gelderland. Dit bemoeilijkte de handel tussen verschillende steden en streken in ernstige mate.

Door de Nederlandse IJkwet van 1816 werd het metriek stelsel vanaf 1820 verplicht ingevoerd in het toenmalige Verenigd Koninkrijk der Nederlanden. Het doel van deze wet was om standaarden vast te stellen voor de eerlijkheid in de handel. De 'Dienst van het IJkwezen' controleerde deze standaarden. Het metriek stelsel uit 1820 was gebaseerd op de meter, maar gebruikte nog steeds benamingen van vóór die tijd. Dat zag er als volgt uit:

| | | |
|---|---|---|
| 1 Nederlandse pond | = | 1 kilogram |
| 1 Nederlandse ons | = | 0,1 kilogram |
| 1 Nederlandse mijl | = | 1000 meter |
| 1 Nederlandse roede | = | 10 meter |
| 1 Nederlandse el | = | 1 meter |
| 1 Nederlandse palm | = | 0,1 meter (1 dm) |
| 1 Nederlandse duim | = | 0,01 meter (1 cm) |
| 1 Nederlandse streep | = | 0,001 meter (1 mm) |
| 1 Nederlandse bunder | = | 10.000 $m^2$ |
| 1 Nederlandse mud | = | 0,1 $m^3$ |
| 1 Nederlandse kop | = | 0,001 $m^3$ (1 liter) |



STAATSBLAD
VAN
HET KONINGRIJK DER NEDERLANDEN.

(N°. 34.) *WET van den 21sten Augustus 1816, bepalende het eenvormig stelsel van maten en gewigten.*

WIJ WILLEM, BIJ DE GRATIE GODS, KONING DER NEDERLANDEN, PRINS VAN ORANJE-NASSAU, GROOT-HERTOG VAN LUXEMBURG, ENZ., ENZ., ENZ.

Allen die deze zullen zien of hooren lezen, salut! doen te weten:

Alzoo Wij in overweging genomen hebben het hooge belang dat er in gelegen is, om aan de inconvenienten, verbonden aan de veelvuldige in dit Koningrijk bestaande soorten van maten en gewigten, een einde te maken, door de aanneming van een eenvormig stelsel, welks verschillende deelen, op alle de verrigtingen en behoeften van het burgerlijk verkeer toepasselijk, onderling in een noodzakelijk en naauwkeurig bepaald verband staan;

ZOO IS HET, dat Wij, den Raad van State gehoord, en met gemeen overleg der Staten-Generaal, hebben goedgevonden en verstaan, gelijk Wij goedvinden en verstaan bij deze:

Art. 1. Zoodra de omstandigheden het zullen veroorloven, en uiterlijk met den eersten Januari 1820, zullen, over de geheele uitgestrektheid van het Rijk, dezelfde maten en gewigten worden ingevoerd.

2. Na de invoering van dezelve, zal het aan niemand geoorloofd zijn zich van andere maten of gewigten te bedienen

Aankondiging dat per 1 januari 1820 het metriek stelsel van kracht werd.

Het metrieke stelsel dat we tegenwoordig gebruiken werd in 1960 ingevoerd. Daarmee werden oude maten als de duim en de el voorgoed vervangen. Het huidige stelsel is de wettelijke standaard in de Europese Unie.

Bronnen:
- Oude eenheden: http://www.megawetenschap.nl/eenheden.html
- Metriek stelsel: http://nl.wikipedia.org/wiki/Metriek_stelsel
- Babylonische tijdsverwarring: http://www.kennislink.nl/publicaties/babylonische-tijdsverwarring

## Opgaven

1. Vóór de invoering van het metriek stelsel had de duim afhankelijk van de streek een andere lengte. Zie het kader hiernaast. Hoe groot is het verschil tussen de kortste en de langste duim?

Amsterdamse duim: 2,573 cm
Gelderse duim: 2,7 cm
Hondsbosse duim: 2,4 cm
Rijnlandse duim: 2,6 cm
Franse duim: 2,7 cm

2. Een stuk touw is 624 Hondsbosse duim lang. Hoe lang is dit touw in Rijnlandse duim?

3. Sommige oude meeteenheden worden nog steeds gebruikt. Neem bijvoorbeeld de are ( $dam^2$ ) en de hectare ( $hm^2$ ). De centiare komt tegenwoordig minder vaak voor. Zoek op hoeveel de centiare is.

4. In de Verenigde Staten wordt nog steeds het imperiaal stelsel gehanteerd met mijlen, voeten, yards en inches. Hierbij geldt dat één inch gelijk is aan 2,54 cm. Eén voet is gelijk aan 12 inches. Hoeveel cm is een voet?

5. De voet wordt nog steeds in de luchtvaart gebruikt om de vlieghoogte mee aan te geven. Een vliegtuig vliegt op 20.000 voet. Hoeveel kilometer is dat?

6. Naar aanleiding van Europese richtlijnen werd de Nederlandse IJkwet in 2006 vervangen door een nieuwe wet. Wat is de naam van deze wet?

7. Bij het meten van lengte, oppervlakte en inhoud gebruiken we de tien als basis. Ook met gewicht, snelheid en temperatuur rekenen we altijd met tien. In een uur gaan echter geen tien of honderd minuten, maar zestig. Bij de klok gebruiken we dus zestig als basis. Zoek uit waar dit oorspronkelijk vandaan komt.

8. Aan het einde van de 18e eeuw is er in Frankrijk een poging gedaan om de tijdsmeting ook op tien te baseren. De dagen bestonden uit tien uren, er gingen honderd minuten in één uur en honderd seconden in één minuut. De bevolking kon echter niet wennen aan deze indeling. Een half jaar na de invoering werd de nieuwe tijdsindeling alweer afgeschaft. Men keerde terug naar het vertrouwde systeem van zestig seconden in één minuut en zestig minuten in één uur. Noem een voordeel van het gebruik van dit zestigtallig stelsel.



Franse klok met de dag verdeeld in 10 of 12 uur.